

MIERNICTWO CIEPLNO - PRZEPŁYWOWE - LABORATORIUM

Ćwiczenie - Fale ciśnieniowe w gazach

Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze zjawiskami przepływu nieustalonego w przewodach, wyznaczenie prędkości ich przemieszczania się oraz zmiany parametrów gazu w falach ciśnieniowych.

1. Wstęp

Przepływ nieustalony jest wynikiem przemieszczania się w gazie fal ciśnieniowych, które można generalnie podzielić na fale zgęszczeniowe i rozrzedzeniowe. W wyniku przejścia fali rozrzedzeniowej ciśnienie w gazie maleje z za falą zgęszczeniową - rośnie. Fale rozrzedzeniowe są zawsze izentropowe (entropia gazu po przejściu fali nie ulega zmianie). Z kolei fale zgęszczeniowe można podzielić na fale izentropowe oraz fale uderzeniowe, dla których następuje wzrost entropii w wyniku przejścia fali. Fale zgęszczeniowe izentropowe odróżnia od fal uderzeniowych wielkość gradientów parametrów gazu - w falach uderzeniowych gradienty te są wielokrotnie większe. Fale zgęszczeniowe izentropowe mają tendencję do przekształcania się w fale uderzeniowe.

2. Własności fal ciśnieniowych

2.1. Fale izentropowe

Fale izentropowe (zgęszczeniowe i rozrzedzeniowe) można przedstawić jako zespół zaburzeń o skończonych amplitudach, przemieszczających się w gazie jedno za drugim. Przejście tych zaburzeń wywołuje zmianę parametrów gazu. Szczególnym przypadkiem są zaburzenia (fale) akustyczne, których amplitudy można uważać za nieskończenie słabe. Przejście tych zaburzeń nie wywołuje zmian parametrów gazu.

Linie przemieszczania się (propagacji) zaburzeń o małych amplitudach, odpowiednio w dodatnim i ujemnym kierunku osi x opisane są równaniami

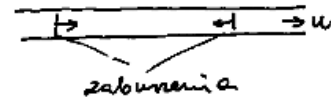
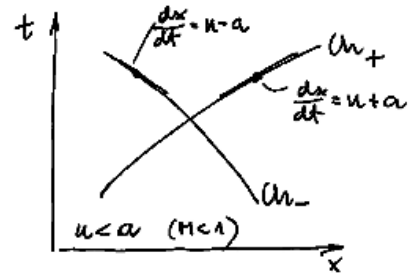
$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{Ch+} = u + a \quad (1)$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{Ch-} = u - a \quad (2)$$

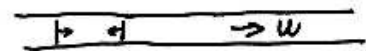
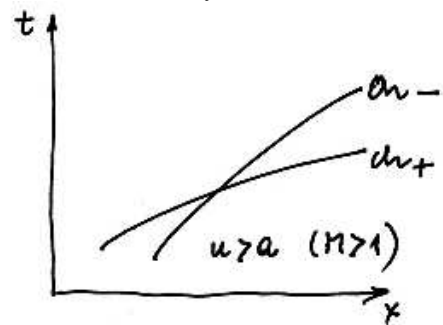
Linie te potocznie nazywa się "charakterystykami" (dodatnią i ujemną).

Przebiegi charakterystyk na płaszczyźnie przepływu x, t (zwanej też płaszczyzną fizyczną) dla różnych

relacji między prędkością przepływu a prędkością dźwięku ($M < 1$ oraz $M > 1$) pokazano na rys.1a i 1b (ruch gazu w przewodzie odbywa się w kierunku osi x)



Rys. 1a



Rys. 1b

Zmianę parametrów gazu po przejściu zaburzenia można wyznaczyć wykorzystując fakt, że w przepływie izentropowym na liniach będących charakterystykami jest stały tzw. parametr Riemanna.

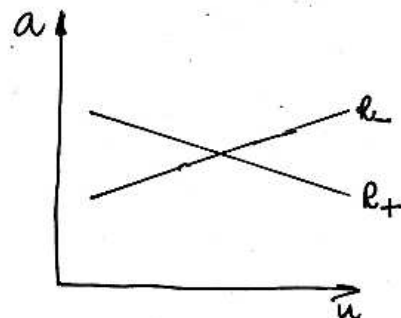
Na charakterystyce Ch_+ zachodzi związek

$$u + \frac{2}{k-1}a = const_+ = R_+ \quad (3)$$

a na charakterystyce Ch_- związek

$$u - \frac{2}{k-1}a = const_- = R_- \quad (4)$$

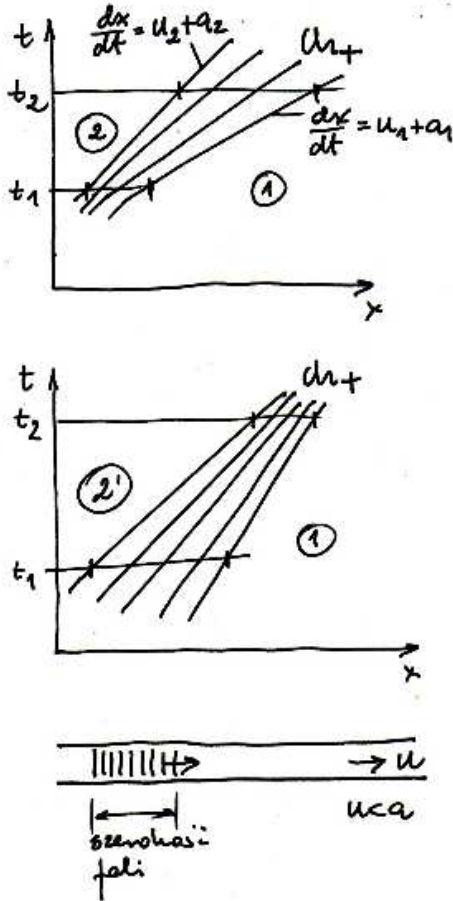
Na tzw. płaszczyźnie stanu (u, a) linie odpowiadające równaniom (3) i (4) pokazano na rys. 2.



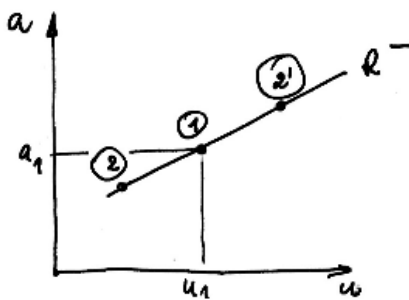
Rys. 2

2.2. Fale proste

Zespół zaburzeń poruszających się z lub "pod prąd" w przewodzie i będącym stanem przejściowym pomiędzy dwoma stanami ustalonymi nazywamy falą prostą. Na fali prostej jeden z parametrów Riemanna jest stały.



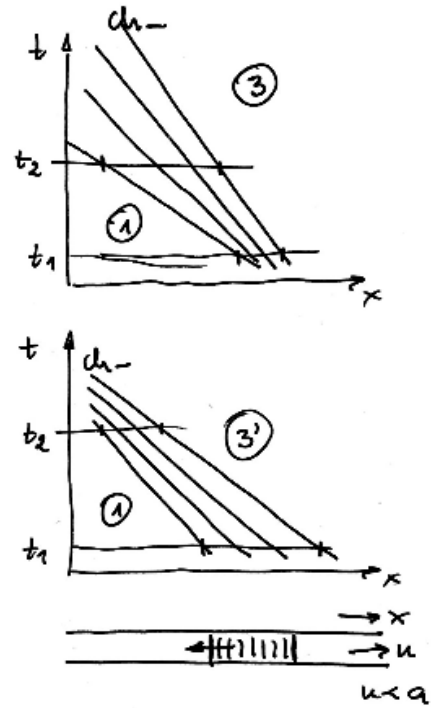
Rys. 3a



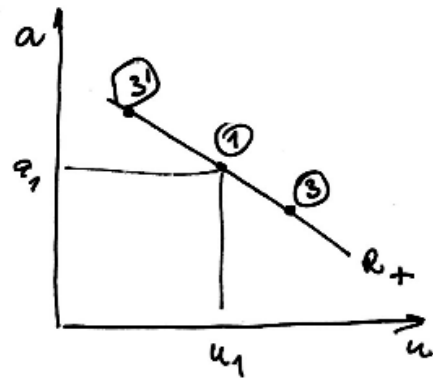
Rys. 3b

Na rys. 3a i 3b przedstawiono falę prostą poruszającą się w przewodzie w kierunku zgodnym z przepływem oraz rozwiązanie na płaszczyźnie stanu. Jak widać fala prosta 1-2 jest falą rozrzedzeniową, a fala 1-2' falą zgęszczeniową.

Falę prostą (rozrzedzeniową lub zgęszczeniową) poruszającą się "pod prąd" pokazano na rys. 4a i 4b.



Rys. 4a



Rys. 4b

Zmianę parametrów gazu po przejściu fali można wyznaczyć wykorzystując fakt, że przepływ jest izentropowy. Wobec tego np. między parametrami gazu w stanach 1 i 2 zachodzą związki:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{2k}{k-1}} \quad (5a)$$

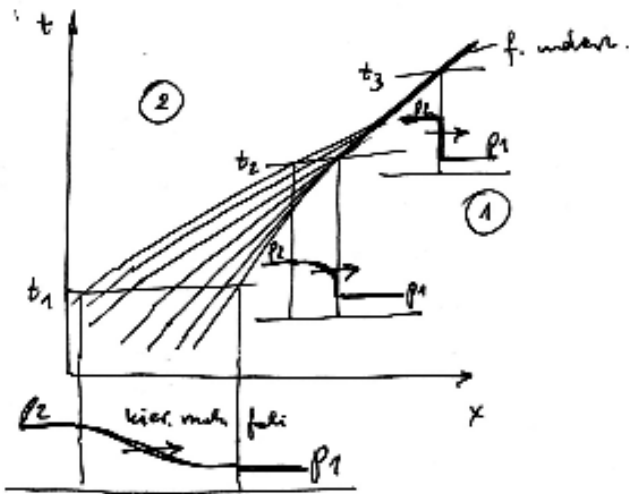
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^{\frac{2}{k-1}} \quad (5b)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 \quad (5c)$$

Podobnie można zapisać dla stanów 1 i 2', 1 i 3 czy 1 i 3'.

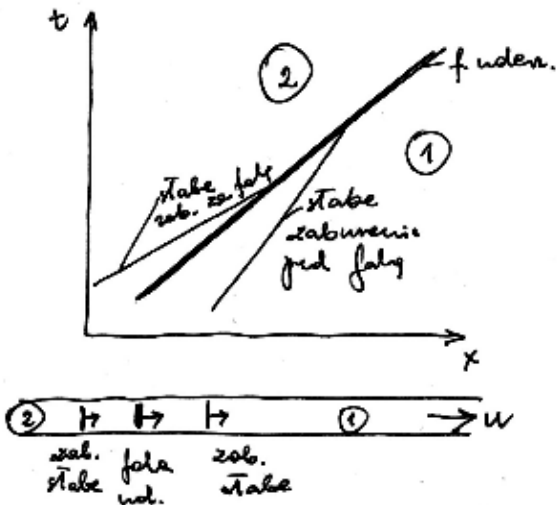
2.3. Fala uderzeniowa

Jak wspomniano we wstępie, fala izentropowa zgęszczeniowa ma tendencję do przekształcania się w falę uderzeniową. Wynika to z faktu, że za falą zgęszczeniową rośnie zarówno prędkość przepływu jak i prędkość dźwięku (porównaj rys. 3). Wobec tego charakterystyki odpowiadające stanowi gazu "za falą" są na płaszczyźnie x,t bardziej pochylone niż te, które odpowiadają stanowi "przed falą". Oznacza to, że prędkość propagacji zaburzeń odpowiadająca "tylnej" części fali jest większa niż odpowiednia prędkość dla czoła fali. Wskutek doganiania się zaburzeń gradienty ciśnienia (a także innych parametrów) rosną i fala przekształca się w falę uderzeniową. Pokazano to na rys. 5.



Rys. 5

Ponieważ po przejściu fali uderzeniowej prędkość oraz prędkość dźwięku w gazie wzrastają (tak jak dla fali zgęszczeniowej) spełnione są relacje (por. rys. 6)



Rys. 6

$$W + u_1 > a_1 + u_1 \quad (6a)$$

$$W + u_2 < a_1 + u_2 \quad (6b)$$

gdzie W - prędkość ruchu fali uderzeniowej.

Ponieważ fala uderzeniowa porusza się szybciej niż słabe zaburzenia przed nią (a te z kolei poruszają się z lokalną prędkością dźwięku a) to tzw. liczba Macha dla fali uderzeniowej M_s definiowana jako

$$M_s = W/a_1 \quad (7)$$

spełnia warunek $M_s > 1$.

Zmiana prędkości gazu za falą uderzeniową oraz zmiany pozostałych parametrów gazu są funkcją liczby Macha M_s według poniższych zależności:

$$\frac{u_2 - u_1}{a_1} = \pm \frac{2}{k+1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \quad (8)$$

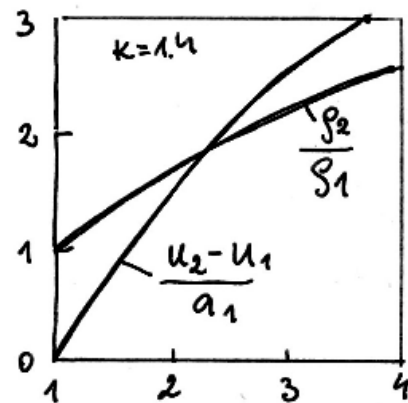
znak "+" odnosi się do fali poruszającej się "z prądem" a znak "-" dla fali poruszającej się "pod prąd"

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2k}{k+1} \left(M_s^2 - 1 \right) \quad (9)$$

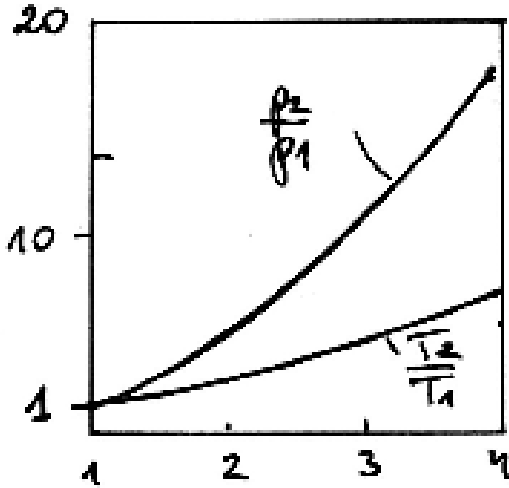
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{1 - \frac{2}{k+1} \left(1 - \frac{1}{M_s^2} \right)} \quad (10)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 = 1 + \frac{2(k-1)}{(k+1)^2} \left(kM_s^2 - \frac{1}{M_s^2} - k + 1 \right) \quad (11)$$

Zależności (8) do (11) pokazano na rys. 7 i 8 w funkcji liczby Macha fali M_s .



Rys. 7

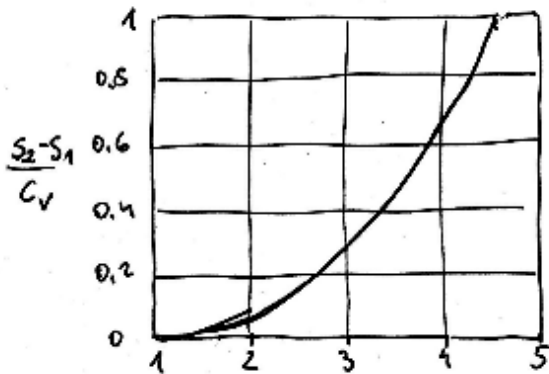


Rys. 8

Przyrost entropii w gazie po przejściu fali uderzeniowej opisuje zależność

$$\frac{S_2 - S_1}{c_v} = \ln \frac{p_2}{p_1} - k \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (12)$$

Wyniki dla powietrza ($k=1.4$) przedstawiono na rys. 9.

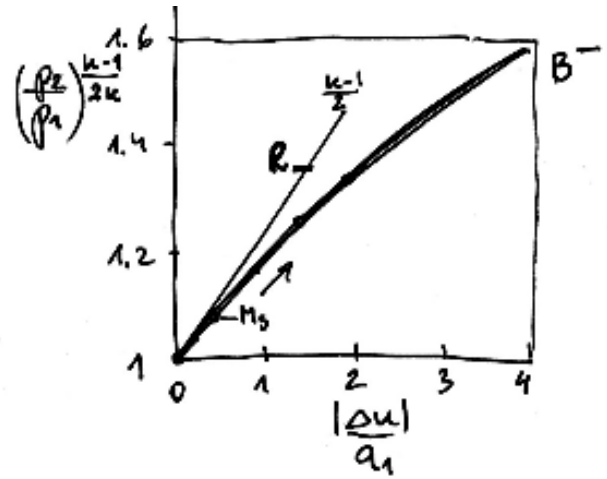


Rys. 9

W analogii do płaszczyzny stanu (\mathbf{u}, \mathbf{a}) dla przepływów izentropowych w przypadku fal uderzeniowych dla pokazania zmiany parametrów gazu stosuje się wykresy w płaszczyźnie

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = f \left(\frac{\Delta u}{a_1} \right)$$

Wykres taki nazywa się biegunową fali uderzeniowej. Pokazano go na rys. 10. Parametrem na wykresie biegunowej jest liczba Macha fali M_s .



Rys. 10

Należy zwrócić uwagę, że w punkcie (0,1) odpowiadającym $M_s=1$, linie B^- (biegunowa) i R^- (parametr Riemanna) są styczne.

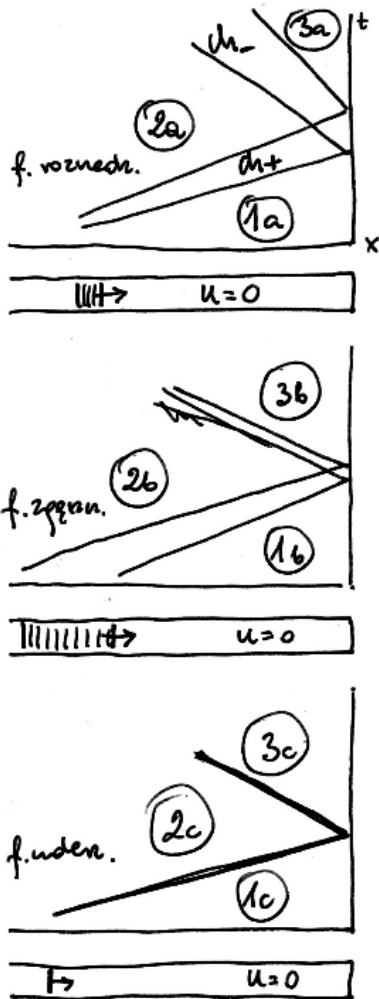
Dla fal izentropowych

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = \frac{a_2}{a_1}$$

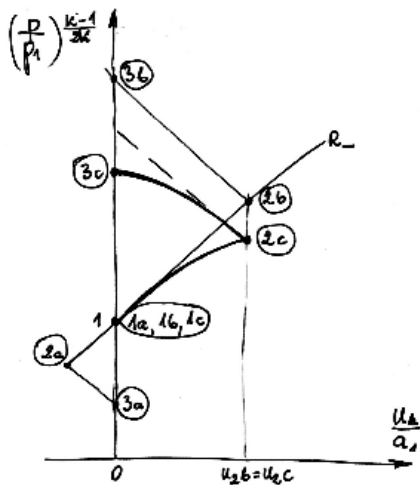
Jeśli dodatkowo fala uderzeniowa przemieszcza się w ośrodku, w którym $u_1=0$, to wykres biegunowej i płaszczyzna stanu są w tych samych wielkościach. Pozwala to przedstawić zmiany parametrów dla fal izentropowych i fal uderzeniowych na jednym wykresie.

2.4. Odbicie fali od zamkniętego końca przewodu.

Na rys. 11a i 11b przedstawiono odbicie fali rozrzedzeniowej, zgęszczeniowej i uderzeniowej od zamkniętego końca przewodu. Rozwiązanie wynika z warunku brzegowego, że przed i po odbiciu fali (stan ustalony) musi być spełniony warunek $u=0$.



Rys. 11a



Rys. 11b

Z analizy rys. 11 wynikają następujące wnioski:

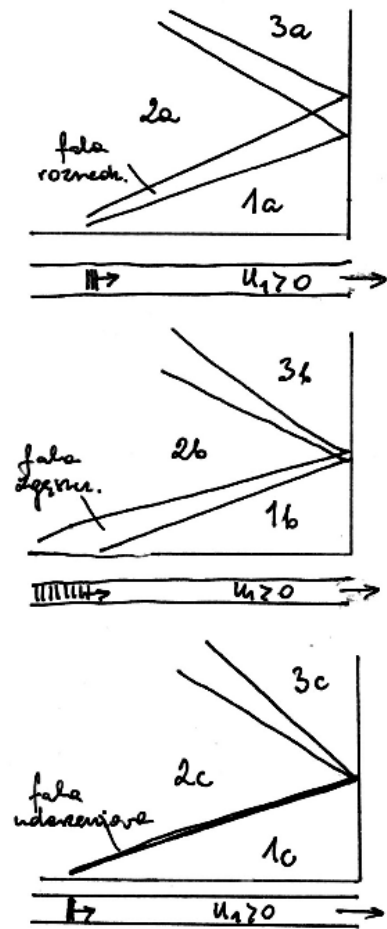
- fala rozrzedzeniowa odbija się od zamkniętego końca przewodu jako fala rozrzedzeniowa,
- fala zgęszczeniowa odbija się jako fala zgęszczeniowa,
- fala uderzeniowa odbija się jako fala uderzeniowa,
- jeśli prędkość gazu po przejściu fali zgęszczeniowej i uderzeniowej były takie same ($u_{2b}=u_{2c}$) to po przejściu fali zgęszczeniowej izentropowej

ciśnienie w gazie było wyższe niż po przejściu fali uderzeniowej ($p_{2b} > p_{2c}$). Również po odbiciu od denka ciśnienie po przejściu fali zgęszczeniowej ustali się na wyższym poziomie niż ciśnienie za falą uderzeniową,

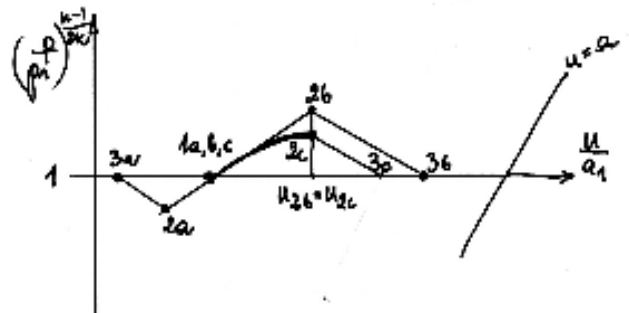
- fala uderzeniowa odbita jest słabsza od padającej.

2.5. Odbicie fali od otwartego zakończenia przewodu

Na rys. 12 przedstawiono odbicie fali rozrzedzeniowej, zgęszczeniowej i uderzeniowej od otwartego zakończenia przewodu. Rozwiązania wynika z warunku, że po odbiciu (stan ustalony) musi być $p=p_a$ (gdy $M < 1$) lub $u=a=a^*$ (gdy $M = 1$).



Rys. 12a



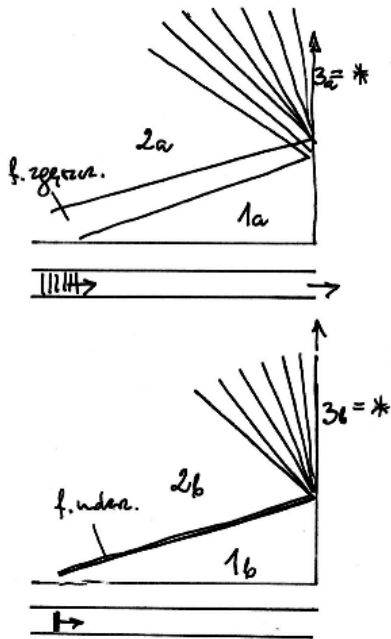
Rys. 12b

Z analizy rys. 12 wynikają następujące wnioski:

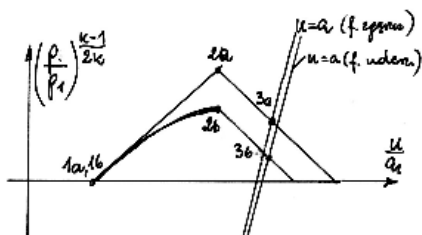
- fala rozrzedzeniowa odbija się od otwartego zakończenia przewodu jako fala zgęszczeniowa,
- fala zgęszczeniowa odbija się jako fala rozrzedzeniowa,
- Fala uderzeniowa odbija się też jako fala rozrzedzeniowa (zogniskowana),
- jeśli prędkość w gazie po przejściu fali rozrzedzeniowej i uderzeniowej były takie same ($u_{2b}=u_{2c}$) to ciśnienie po przejściu fali zgęszczeniowej było większe ($p_{2b}>p_{2c}$). Po odbiciu ciśnienia są te same ($p_{3b}=p_{3c}$ - warunek brzegowy!) ale prędkość w gazie po przejściu fali odbitej będzie większa w przypadku 3b ($u_{3b}>u_{3c}$).

Przypadki szczególne:

Jeśli przyrost ciśnienia (i odpowiadający mu przyrost prędkości) w gazie po przejściu fali zgęszczeniowej lub uderzeniowej jest duży, to rozprężanie na fali odbitej nie następuje do ciśnienia równego ciśnieniu przed falą, gdyż wcześniej zostaje osiągnięty stan przepływu, w którym $M=1$. Warunek brzegowy przyjmuje w tym przypadku postać $u=a=a^*$. Rozwiązanie przedstawiono na rys. 13a i 13b.



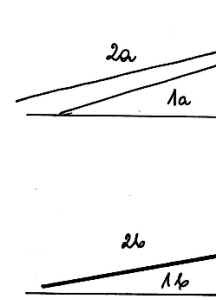
Rys. 13a



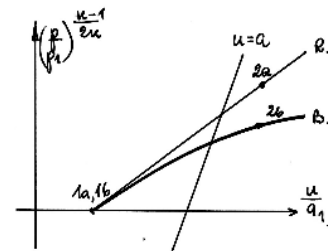
Rys. 13b

Jeśli przyrosty ciśnienia po przejściu fali zgęszczeniowej lub uderzeniowej są bardzo duże, to prze-

pływ za falą może być krytyczny ($M_2=1$) lub nadźwiękowy ($M_2>1$). W tym przypadku zarówno fala zgęszczeniowa jak i uderzeniowa nie ulegają odbiciu. Przypadek taki pokazano na rys. 14a i 14b.



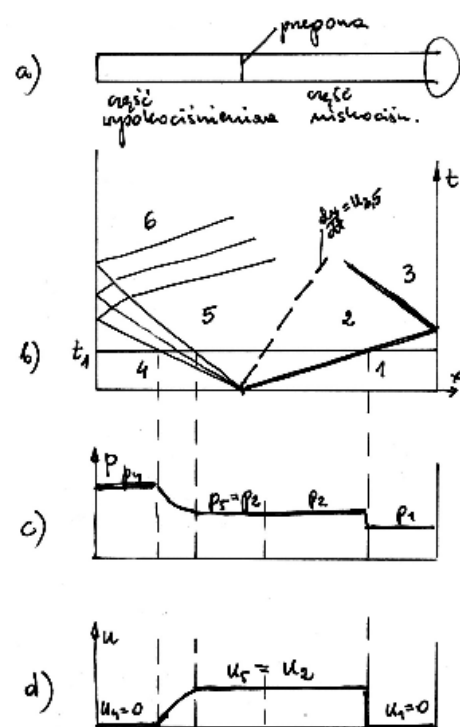
Rys. 14a



Rys. 14b

2.6. Rura uderzeniowa

Do badania własności fal ciśnieniowych w przepływie nieustalonym stosuje się urządzenie zwane rurą uderzeniową. Składa się ona z części wysoko- i niskociśnieniowej, przedzielonych przeponą (rys. 15a).



Rys. 15

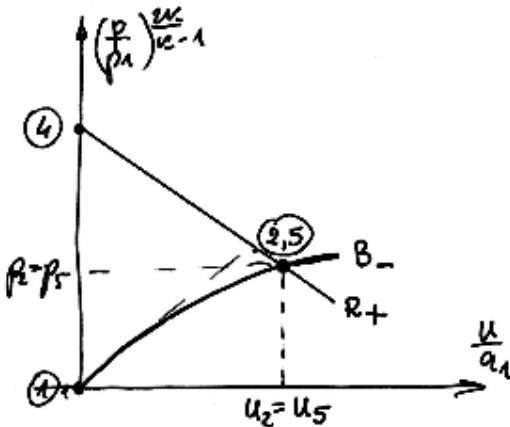
Część wysokociśnieniowa zamknięta jest denkiem, natomiast część niskociśnieniowa może być otwarta

Część wysokociśnieniowa zamknięta jest denkiem, natomiast część niskociśnieniowa może być otwarta do otoczenia, zamknięta lub zaopatrzona w dyszę zbieżną.

Po pęknięciu przepony w części niskociśnieniowej rozchodzi się fala uderzeniowa, natomiast w części wysokociśnieniowej zogniskowana fala rozrzedzeniowa (rys. 15b).

Fala rozrzedzeniowa odbija się od końca rury jako fala rozrzedzeniowa, natomiast fala uderzeniowa jako fala uderzeniowa lub rozrzedzeniowa, w zależności od rodzaju zakończenia przewodu.

Poruszające się w rurze fale: uderzeniowa i rozrzedzeniowa wywołują przepływ gazu. Rozwiązanie wynika z warunku, że w obszarach 2 i 5 (oznaczających gaz będący początkowo w części nisko- i wysokociśnieniowej) muszą być spełnione warunki $u_2=u_5$ i $p_2=p_5$. Odpowiednią płaszczyznę stanu pokazano na rys.16.



Rys. 16

Na rys.15c i 15d pokazano chwilowe rozkłady ciśnienia i prędkości w rurze po czasie t_1 .

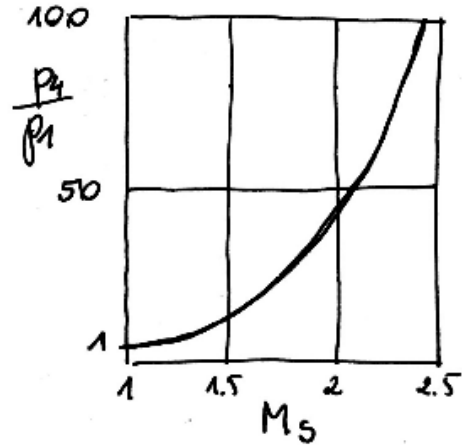
Liczbę Macha M_s fali uderzeniowej określa związek (13) w zależności od stosunku ciśnień p_4/p_1 oraz rodzaju i temperatury gazu w części niskociśnieniowej (k_1, a_1) i wysokociśnieniowej (k_4, a_4).

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{1 + \frac{2k_1}{k_1 + 1} (M_s^2 - 1)}{\left[1 - \frac{k_4 - 1}{k_1 + 1} \frac{a_1}{a_4} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \right]^{\frac{2k_4}{k_4 - 1}}} \quad (13)$$

Jeśli w obu częściach rury jest ten sam gaz ($k_4=k_1$) a ponadto ma on tę samą temperaturę ($a_4=a_1$) to związek (13) upraszcza się do postaci (14):

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{1 + \frac{2k}{k+1} (M_s^2 - 1)}{\left[1 - \frac{k-1}{k+1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \right]^{\frac{2k}{k-1}}} \quad (14)$$

Zależność tę dla $k=1.4$ (powietrze) przedstawiono na rys.17.



Rys. 17

2.7. Stanowisko pomiarowe

Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na rysunku poniżej.

Rura uderzeniowa zaopatrzona jest w cztery czujniki pomiarowe (A, B, C, D) oraz czujnik wyzwalający system pomiarowy (E). Czujniki podłączone są poprzez wzmacniacze ładunku z dwoma oscyloskopami z pamięcią a te z kolei z drukarką lub (opcjonalnie) z komputerem poprzez interfejsy. Część wysokociśnieniowa zasilana jest sprężonym powietrzem z instalacji. Ciśnienie w rurze wskazuje manometr.

2.8. Wykonanie ćwiczenia

1. Ustalić odpowiednie zakończenie przewodu.
2. Założyć przeponę do rury uderzeniowej.
3. Napompować część wysokociśnieniową.
4. Przebić przeponę.
5. Zarejestrować sygnały ciśnień.

2.9. Wykonanie sprawozdania

1. Na podstawie pomierzonych przebiegów ciśnień w czasie narysować na płaszczyźnie x,t przebiegi fal w czasie (podobnie jak na rys.15b).
2. Obliczyć prędkość przemieszczania się fali uderzeniowej oraz jej liczbę Macha.

3. Wyznaczyć liczbę Macha z przyrostu ciśnienia na fali p_2/p_1 oraz z początkowego stosunku ciśnień.
4. Wyznaczyć parametry gazu po odbiciu fali uderzeniowej od:
 - a) zamkniętego końca rury (M_S fali odbitej)
 - b) otwartego końca rury.
 Porównać otrzymane wyniki z pomierzonymi ciśnieniami.
5. Obliczyć prędkość przemieszczania się fali rozrzedzeniowej w części wysokociśnieniowej.
6. Wyznaczyć ciśnienie po odbiciu fali rozrzedzeniowej w części wysokociśnieniowej. Porównać obliczenia z wartościami zmierzonymi.
7. formułować wnioski końcowe.

